



Concours A2GP session 2018
Composition : **Mathématiques 6** (statistiques, probabilités)
Durée : **2 Heures**

Consignes pour les candidats

Merci de ne rien marquer sur le sujet.
Pour chaque question de l'épreuve, une seule bonne réponse possible.
Répondez sur la grille séparée qui comporte 20 questions (Q1 à Q20).
Seules les grilles correctement remplies seront corrigées.

Exercice 1 : On s'intéresse à la présence sur les véhicules d'un parc automobile des trois dispositifs de sécurité suivants :

ABS, Air bags, Correcteur de trajectoire.

On sait que 7 véhicules ne sont munis d'aucun de ces dispositifs, alors que 18 véhicules sont munis des trois dispositifs.

Tous les véhicules munis d'un correcteur de trajectoire sont munis aussi d'au moins un autre dispositif de sécurité.

305 véhicules disposent de deux dispositifs de sécurité au moins.

298 véhicules disposent de l'ABS, 428 disposent d'Air bags et 122 disposent des deux.

Enfin 87 véhicules disposent de l'ABS et d'un correcteur de trajectoire.

Question 1) Quel est le nombre total de véhicules de ce parc automobile ?

- A) 300
- B) 605
- C) 611
- D) 800
- E) *Je passe*

Question 2) Quel est le nombre de véhicules de ce parc disposant d'un unique dispositif de sécurité ?

- A) 299
- B) 300
- C) 606
- D) 800
- E) *Je passe*

Question 3) Quel est le nombre de véhicules de ce parc disposant d'au plus un dispositif de sécurité ?

- A) 205
- B) 306
- C) 600
- D) 250
- E) *Je passe*

Exercice 2 : Bryan possède dans son armoire 5 paires de chaussettes noires, 3 paires de vertes et 2 paires de rouges. Désordonné et mal réveillé, il prend au hasard deux chaussettes.

Question 4) Quelle est la probabilité que ce soit deux noires ?

- A) 0
- B) $\frac{9}{38}$
- C) 1
- D) 0,36
- E) *Je passe*

Question 5) Quelle est la probabilité qu'elles soient de la même couleur ?

- A) $\frac{9}{38}$
- B) 0,25
- C) 1
- D) *Je passe*
- E) 0,35

Question 6) Quel devrait être le nombre de chaussettes noires supplémentaires pour que la probabilité d'avoir 2 chaussettes noires soit égale à $\frac{24}{65}$?

- A) -3
- B) 4
- C) 7
- D) 6
- E) *Je passe*

Exercice 3 : Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes de même loi, à valeurs dans \mathbb{N} , telles que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, P(X = n) = P(Y = n) = \frac{1}{4} \frac{1 + \alpha^n}{n!} \quad (\alpha \in \mathbb{R}).$$

Question 7) Déterminer α .

- A) 4
- B) $\ln(4 - e)$
- C) 1
- D) $2\ln 2$
- E) *Je passe*

Question 8) Déterminer l'espérance de X.

- A) $\frac{e + (4 - e)\ln(4 - e)}{4}$
- B) 0
- C) $2\ln 2$
- D) *Je passe*
- E) X n'a pas d'espérance

Question 9) Déterminer la loi de X+Y en fonction de α .

- A) $\frac{2^k (1 + \alpha^k)}{16(k!)}$
- B) $\frac{1 + \alpha^k}{k!}$
- C) $\frac{2^k (1 + \alpha)^k}{16(k!)}$
- D) $\frac{\alpha^k}{k!} e^{-\alpha}$
- E) *Je passe*

Exercice 4 : Une entreprise cherche à faire la promotion d'un de ses produits. Elle a relevé les données suivantes :

Publicité (k\$)	400	800	600	1000	700	900	800	500
Ventes (milliers)	200	350	310	380	320	360	340	250

Question 10) La corrélation semble être de quel type ?

- A) Corrélation de type linéaire
- B) Corrélation de type affine
- C) Corrélation de type parabolique
- D) Corrélation de type logarithmique
- E) *Je passe*

Question 11) Calculer le coefficient de corrélation linéaire.

- A) 0,92
- B) 0,5
- C) -1
- D) -0,92
- E) *Je passe*

Question 12) Chercher un meilleur ajustement.

- A) 0,92
- B) -0,92
- C) 0,98
- D) 1
- E) *Je passe*

Question 13) A l'aide de l'ajustement obtenu, donner une prévision de la valeur que l'on devra dépenser si on souhaite vendre 430 000 unités du produit.

- A) 700 k\$
- B) 1257 k\$
- C) 750 k\$
- D) 850 k\$
- E) *Je passe*

Exercice 5 : Soit la fonction réelle f définie

$$\text{par : } f(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq 0 \\ x e^{-\alpha x^2}, & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad (\alpha > 0).$$

Question 14) Déterminer le réel α pour que f soit la densité de probabilité d'une variable aléatoire X.

- A) 1
- B) 0,25
- C) -0,5
- D) *Je passe*
- E) -0,25

Question 15) Déterminer la fonction de répartition F de la variable aléatoire X .

- A) $F(x) = 1 - e^{-\frac{x^2}{2}}$
- B) $F(x) = 1 - xe^{-\frac{x}{2}}$
- C) $F(x) = e^{-\frac{x^2}{2}} - 1, \text{ si } x > 0; F(x) = 0, \text{ sinon}$
- D) $F(x) = 1 - e^{-\frac{x^2}{2}}, \text{ si } x > 0; F(x) = 0, \text{ sinon}$
- E) *Je passe*

Question 16) On pose $Y = \frac{1}{2}X^2$.

Déterminer la densité de probabilité de Y.

- A) $g(y) = ye^{-\frac{y^2}{2}} \quad (y > 0)$
- B) $g(y) = ye^{-y} \quad (y > 0)$
- C) $g(y) = e^{-y} \quad (y > 0)$
- D) $g(y) = ye^y \quad (y < 0)$
- E) *Je passe*

Exercice 6 : Soit (X, Y) un couple aléatoire à valeurs dans $A = \{(i, j) \in \mathbb{N}^2; 1 \leq i < j\}$ et suivant la loi définie par :

$\forall (i, j) \in A, P(X = i; Y = j) = \alpha p^j$, où $\alpha \in \mathbb{R}, p \in]0, 1[$.

Question 17) Déterminer la loi marginale de X.

- A) $\frac{\alpha^j}{j!} e^{-\alpha j} \quad (j \in \mathbb{N}^*)$
- B) $\frac{\alpha p^{j+1}}{1-p} \quad (j \in \mathbb{N}^*)$
- C) $e^{-\alpha j} \quad (j \in \mathbb{N}^*)$
- D) $\frac{p^{j+1}}{1-p} \quad (j \in \mathbb{N}^*)$
- E) *Je passe*

Question 18) Déterminer le réel α .

- A) $\left(\frac{1-p}{p}\right)^2$
- B) $\frac{1}{p^2}$
- C) $\frac{1}{(1-p)^2}$
- D) $\frac{1-p}{p}$
- E) *Je passe*

Question 19)

Les variables aléatoires X et $Y - X$.

- A) ne sont pas indépendantes
- B) sont de même loi géométrique
- C) de même loi de Poisson
- D) indépendantes et de même loi
- E) *Je passe*

Question 20) Calculer la variance de Y.

- A) $V(Y) = V(X)^2$
- B) $V(Y) = -V(X)$
- C) $V(Y) = 2V(X)$
- D) $V(Y) = 2E(X^2)$
- E) *Je passe*